Total number of printed pages–11

1 (Sem–3/FYUGP) MAT41MN/(A)

2025

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MAT4300104 MN

(SET–A)

(Ordinary Differential Equation)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese .*

1. Answer the following questions : $1\times8=8$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Write the order and degree of the following differential equation :

তলত দিয়া অৱকল সমীকৰণটোৰ মাত্ৰা আৰু ঘাত লিখা ঃ

$$y = \sin\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

(b) State the least positive value of n such that $y(x) = x|x|$ is a solution of nth order differential equation.

n ৰ কি নিম্নতম মানৰ বাবে $y(x) = x|x|$, n মাত্ৰাৰ অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান হয়?

(c) Write true *or* false whichever is correct :

The given differential equation is a linear ODE—

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \sin(y) = 0$$

যিটো শুদ্ধ হয় সঁচা *বা* মিছা লিখা ঃ

তলৰ অৱকল সমীকৰণটো ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণ—

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \sin(y) = 0$$

(d) Define Wronskian of n functions.

n ফলনৰ বাবে ৰনস্কিয়ানৰ সংজ্ঞা লিখা।

(e) Examine whether the given ODE is exact or not :

তলত দিয়া অৱকল সমীকৰণটো যথাৰ্থ হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা ঃ

$$(3x^2 + 4xy)dx + (2x^2 + 2y)dy = 0$$

(f) Find the integrating factor of the linear differential equation

$$(x^2+1)\frac{dy}{dx} + 4xy = x.$$

ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণ $(x^2+1)\frac{dy}{dx} + 4xy = x$

-ৰ অনুকলন গুণক উলিওৱা

(g) Examine $\{x, x^2\}$ is linear independent or not.

$\{x, x^2\}$ ৰৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ হয়নে পৰীক্ষা কৰা।

(h) Find a solution of the initial value problem :

$$\frac{dy}{dx} = y^{1/2}, \qquad y(0) = 1$$

প্ৰাৰম্ভিক মানযুক্ত সমস্যাটোৰ সমাধান লিখা ঃ

$$\frac{dy}{dx} = y^{1/2}, \qquad y(0) = 1$$

2. Answer ***any six*** of the following questions : 2×6=12

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ *যিকোনো ছয়টাৰ* উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Find the general solution of :

সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

(b) Write the complementary function of the differential equation—

অৱকল সমীকৰণটোৰ পূৰক ফলনটো লিখা—

$$\frac{d^5y}{dx^5} = 0$$

(c) State the UC set of the following differential equation :

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ UC সংহতিটো লিখা ঃ

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^2y}{dx^2} = 3x^2 + 4\sin x - 2\cos x$$

(d) Find the Wronskian of e^x, e^{-x} and e^{2x}.

e^x, e^{-x} আৰু e^{2x} ৰ ৰনস্কিয়ানটো লিখা।

(e) Examine the exactness of the following differential equation :

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ যথাৰ্থতা পৰীক্ষা কৰা ঃ

$$4xy\,dx + (x^2+1)dy = 0$$

(f) Find the integrating factor of the differential equation

$$(2x^2 + y)dx + (x^2y - x)dy = 0.$$

অৱকল সমীকৰণ

$(2x^2 + y)dx + (x^2y - x)dy = 0$ -ৰ অনুকলন গুণক উলিওৱা

(g) Examine whether the functions $\{1 - \cos^2(x), 4\sin^2(x)\}$ are linearly independent or not.

ফলন $\{1-\cos^2(x), 4\sin^2(x)\}$ ৰৈখিক স্বতন্ত্ৰ হয়নে পৰীক্ষা কৰা।

(h) Transform the equation $(x^2+3y^2)dx-2xy\,dy=0$ to a separable equation by appropriate change of variables.

যথাযথ চলক পৰিবৰ্তন কৰি

$(x^2+3y^2)dx-2xy\,dy=0$

অৱকল সমীকৰণটোৰ এটা পৃথকীকৰণীয় সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰ কৰা।

(i) Solve : (সমাধান কৰা)

$$(3x+2y)dx+(2x+y)dx=0$$

(j) Justify that $y=Ae^{3x}$ will not be particular solution of the differential equation—

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}-3y=2e^{3x}$$

$y=Ae^{3x}$ টো $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}-3y=2e^{3x}$

অৱকল সমীকৰণৰ বিশেষ সমাধান নহয় বুলি ব্যাখ্যা কৰা।

3. Answer ***any four*** of the following questions : 5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ ***যিকোনো চাৰিটাৰ*** উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Solve the initial value problem :

প্ৰাৰম্ভিক মানযুক্ত সমস্যাটো সমাধান কৰা ঃ

$$x\frac{dy}{dx}-2=2x^4\ ,\ y(2)=8$$

(b) Solve (সমাধান কৰা) ঃ

$$\frac{dy}{dx}+\frac{3y}{x}=6x^2$$

(c) Determine the constant A such that the equation

$(x^2+3xy)dx+(Ax^2+4y)dy=0$, is exact. Then solve it.

যদি $(x^2+3xy)dx+(Ax^2+4y)dy=0$ যথাৰ্থ হয়, তেনেহলে A-ৰ মান উলিওৱা আৰু ইয়াক সমাধান কৰা।

(d) Solve the Bernoulli equation :
বাৰ্ণলী সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{dy}{dx}+y=xy^3$$

(e) Solve the Cauchy-Euler equation :

ক'চি-ইউলাৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-4y=0$$

(f) Solve the following initial value problem using method of undetermined co-efficients

অনিৰ্ণেয় সহগ পদ্ধতিৰে তলত দিয়া প্ৰাৰম্ভিক মানযুক্ত সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+3y=9x^2+4,\quad y(0)=6, y'(0)=8$$

(g) Solve (সমাধান কৰা) ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+2y=4x^2$$

(h) State and prove Bernoulli's equation.

বাৰ্ণলী সমীকৰণটো উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।

4. Answer ***any two*** of the following questions : 10×2=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ ***যিকোনো দুটাৰ*** উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Prove that a first order differential equation $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$, where $M(x,y)$ and $N(x,y)$ have continuous first order partial derivatives is said to be exact if and only if,

$$\frac{\delta M}{\delta y}=\frac{\delta N}{\delta x}$$

প্ৰমাণ কৰা যে, এটা প্ৰথম মাত্ৰাৰ অৱকল সমীকৰণ $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, যত $M(x,y)$ আৰু $N(x,y)$ অবিচ্ছিন্ন প্ৰথম মাত্ৰাৰ আংশিক ভগ্নাংশ যথাৰ্থ হব যদিহে

$$\frac{\delta M}{\delta y} = \frac{\delta N}{\delta x}$$

(b) Solve by transforming to homogeneous equation :

সমমাত্ৰিক সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰ কৰি সমাধান কৰা ঃ

$$(2x+3y-5)dy+(3x+2y-5)dx=0$$

(c) Solve ঃ (সমাধান কৰা)

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\tan x\frac{dy}{dx}+3y=\tan^2 x\sec x$$

(d) Find the general solution using method of undetermined coefficients :

অনিৰ্ণেয় সহগ পদ্ধতিৰে সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2}-6\frac{dy}{dx}+9y=xe^{2x}+x^2e^{3x}$$

(e) Solve by the method of variation of parameters :

প্ৰাচলৰ তাৰতম্য পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=x\ln x\ (x>0)$$

Total number of printed pages–11

1 (Sem–3/FYUGP) MAT41MN/(B)

2025

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MAT4300104 MN

(SET–B)

(Ordinary Differential Equation)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese.*

1. Answer the following questions : 1×8=8

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Write the order and degree of the following differential equation.

তলত দিয়া অৱকল সমীকৰণৰ মাত্ৰা আৰু ঘাত লিখা।

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + y = 0$$

(b) Identify whether the equation

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y$$ is a linear or non-linear.

সমীকৰণ $\frac{dy}{dx} = x^2 + y$ টো ৰৈখিক নে অৰৈখিক চিনাক্ত কৰা।

(c) If (যদি)

$$\frac{dy}{dx} = x + 1,$$ find y

তেনেহলে y ৰ মান উলিওৱা।

(d) Write *one* example of an exact differential equation.

এটা যথাৰ্থ অৱকল সমীকৰণৰ উদাহৰণ লিখা।

(e) What is the integrating factor for a linear differential equation

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q \ ?$$

অৱকল সমীকৰণ $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ ৰ অনুকলন গুণক কি?

(f) Write the auxiliary equation for the differential equation

$$y'' - 3y' + 2y = 0.$$

অৱকল সমীকৰণ $y'' - 3y' + 2y = 0$ ৰ সহায়ক সমীকৰণটো লিখা।

(g) For which type of non-homogeneous terms can the method of undetermined co-efficients be applied ?

কোন ধৰণৰ অসমমাত্ৰিক সমীকৰণৰ বাবে অনিৰ্ণেয় সহগ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰিব পাৰি?

(h) What is the formula for the particular integral using the method of variation of parameters for a second-order linear differential equation

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = R(x) \ ?$$

দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণ $y'' + P(x)y' + Q(x)y = R(x)$ ৰ প্ৰাচলৰ তাৰতম্য পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি বিশেষ অনুকলন উলিওৱা সূত্ৰটো কি?

2. Answer ***any six*** of the following questions : 2×6=12

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ ***যিকোনো ছয়টাৰ*** উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Find the general solution of :

সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা ঃ

$$(2xy - y^2)dx + (x^2 - 2xy)dy = 0$$

(b) Solve the exact differential equation :

যথাৰ্থ অৱকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$(3x^2y + y^3)dx + (x^5 + 3xy^2)dy = 0$$

(c) Find the integrating factor for the equation —

অৱকল সমীকৰণটোৰ অনুকলন গুণকটো লিখা —

$$(y + 2x)dx + xdy = 0$$

(d) State the UC set of the following differential equation :

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ UC সংহতিটো লিখা ঃ

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^2y}{dx^2} = 3x^2 + 4\sin x - 2\cos x$$

(e) Find the Wronskian of the functions $y_1 = \sin x$ and $y_2 = \cos x$.

তলৰ ফলনটোৰ ৰনস্কিয়ান লিখা ঃ

$y_1 = \sin x$ আৰু $y_2 = \cos x$

(f) Find the particular integral for the equation $(D^2 - 4)y = e^{2x}$.

অৱকল সমীকৰণ $(D^2 - 4)y = e^{2x}$ ৰ বিশেষ সমাকলনটো লিখা।

(g) Find the complementary function of the differential equation —

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ পূৰক ফলনটো লিখা —

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

(h) Solve the non-homogeneous equation using the method of undetermined co-efficients :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = e^x$$

অনিৰ্ণেয় সহগ পদ্ধতিৰে তলৰ অসমমাত্ৰিক সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = e^x$$

(i) Justify that $y = Ae^{3x}$ will not be particular solution of the differential equation —

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 2e^{3x}$$

$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 2e^{3x}$ অৱকল সমীকৰণৰ বিশেষ সমাধান নহয় বুলি ব্যাখ্যা কৰা।

(j) Examine whether the functions $(\sin x, \cos x)$ are linearly independent or not.

ফলন $(\sin x, \cos x)$ ৰৈখিক স্বতন্ত্ৰ হয়নে পৰীক্ষা কৰা।

3. Answer ***any four*** of the following questions : 5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ ***যিকোনো চাৰিটাৰ*** উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Solve the differential equation —

অৱকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা —

$$\left(2xy + y^2\right)dx + \left(x^2 + 2xy\right)dy = 0$$

(b) Solve the initial value problem :

প্ৰাৰম্ভিক মানযুক্ত সমস্যাটো সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x}, \ y(0) = 1$$

(c) Solve the Bernoulli equation :

ৱাৰ্ণলী সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^2y^2$$

(d) Solve the Cauchy-Euler equation :

কচ্চি-অইলাৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+3x\frac{dy}{dx}+y=0$$

(e) Solve the following initial value problem using method of undetermined co-efficients —

অনিৰ্ণেয় সহগ পদ্ধতিৰে তলত দিয়া প্ৰাৰম্ভিক মানযুক্ত সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

$$\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}+5y=2e^x+10e^{5x}$$

(f) Solve the linear non-homogeneous differential equation :

$$\frac{dy}{dx}+y=e^{2x}$$

ৰৈখিক অসমমাত্ৰিক সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{dy}{dx}+y=e^{2x}$$

(g) Solve (সমাধান কৰা)

$$y''-5y'+6y=0$$

(h) Solve the initial value problem :

প্ৰাৰম্ভিক মানযুক্ত সমস্যাটো সমাধান কৰা ঃ

$$(y+2)dx+y(x+4)dy=0,\ \ y(-3)=-1$$

4. Answer ***any two*** of the following questions : 10×2=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ ***যিকোনো দুটাৰ*** উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Solve the differential equation using an integrating factor :

$$x\frac{dy}{dx}-2y=x^2$$

অনুকলন গুণক ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ অৱকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা

$$x\frac{dy}{dx} - 2y = x^2$$

(b) Solve the following differential equation

তলৰ অৱকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা

$$\left(2x^2 + y\right)dx + \left(x^2y - x\right)dy = 0$$

(c) Solve the following linear non-homogeneous differential equation using the method of undetermined co-efficients

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

তলৰ বৈখিক অসমমাত্ৰিক অৱকল সমীকৰণটো অনিৰ্ণেয় সহগ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

(d) Solve the differential equation using the method of variation of parameters

অৱকল সমীকৰণটো প্ৰাচলৰ তাৰতম্য পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$$

(e) Solve the differential equation

অৱকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 11\frac{dy}{dx} - 6y = 0$$